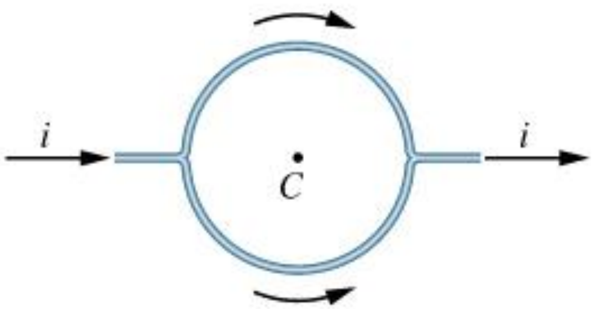
4E Un conduttore rettilineo percorso da una corrente *i* si divide in due rami semicircolari come in figura. Quanto vale il campo magnetico nel centro della spira così formata?



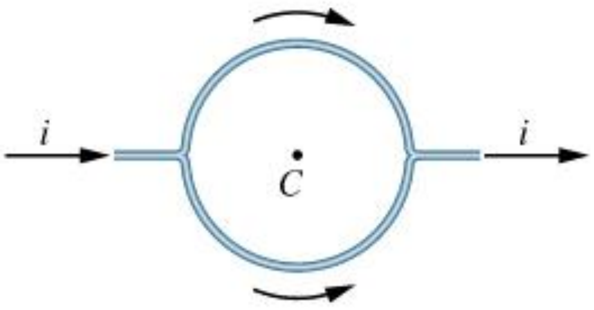
Possiamo calcolare il campo come somma di quattro contributi: i due tratti rettilinei + i due tratti curvilinei

Il campo generato dal filo vale $$d\vec{B} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{i \cdot ds \cdot \sin\vartheta}{r^2}$$ Con θ angolo tra **ds** ed **r**

Nel nostro caso entrambi i tratti rettilinei, se prolungati, passano per il punto C quindi vale θ=0 per entrambi, quindi i loro contributi sono nulli.

Considero il tratto circolare in alto. Per un arco **B** vale: $$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i \cdot \phi}{R}$$

con $i = i_0/2 \quad e \quad \phi = \pi$ quindi $\vec{B}' = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i_0 \cdot \pi}{2R} = \frac{\mu_0}{8}\frac{i_0}{R}$ Con verso **entrante** al foglio



Considero il tratto circolare in basso. Ora vale sempre $i = i_0/2 \quad e \quad \phi = \pi$

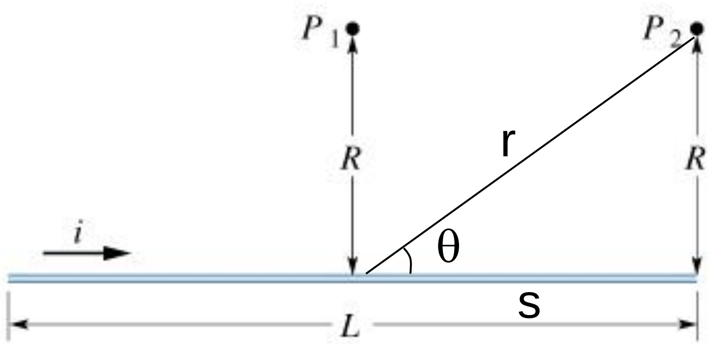
quindi $\vec{B}'' = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i_0 \cdot \pi}{2R} = \frac{\mu_0}{8}\frac{i_0}{R}$ Con verso **uscente** al foglio

E quindi $$\vec{B}' = -\vec{B}''$$

Per cui il campo totale in C è nullo

11P Si consideri un tratto di filo rettilineo di lunghezza L percorso da una corrente *i*. Si dimostri che il campo magnetico associato al segmento, nel punto P_2, a una distanza perpendicolare R da uno degli estremi del filo vale:

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \frac{L}{\left(L^2 + R^2\right)^{1/2}}$$



Il campo generato da un filo vale:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{ds \cdot \sin \vartheta}{r^2}$$

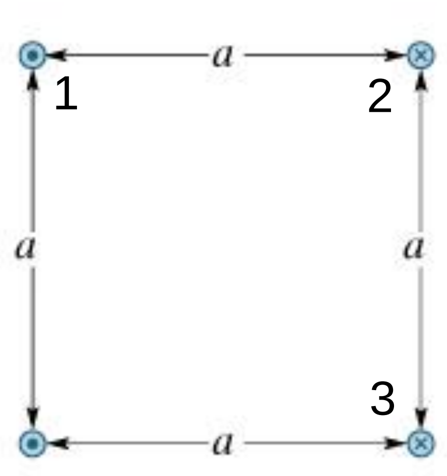
Ora nel nostro caso $r = \sqrt{s^2 + R^2}$

e $\sin \theta = \dfrac{R}{\sqrt{s^2 + R^2}}$ quindi

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{R}{\left(s^2 + R^2\right)^{3/2}} \cdot ds = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \left[\frac{s}{\left(s^2 + R^2\right)^{1/2}} \right]_0^L =$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \frac{L}{\left(L^2 + R^2\right)^{1/2}}$$

25P Nella figura quale è la forza per unità di lunghezza che agisce sul filo in basso a sinistra, in intensità e direzione, nel caso di correnti nell direzioni mostrate? Le correnti siano pari a *i*.



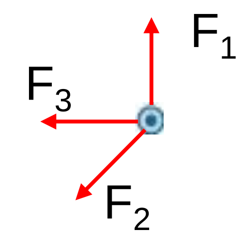
La forza totale la calcolo come somma di tre forze:

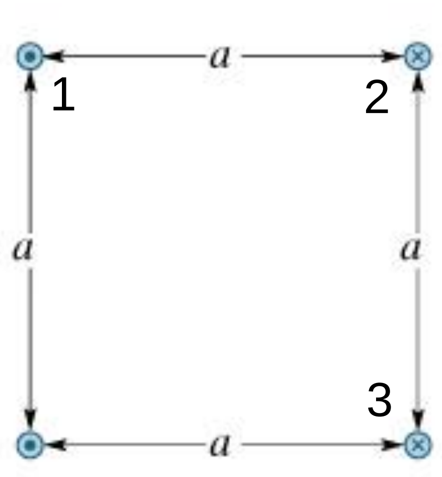
$$F_1 = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi a}$$ Attrattiva con verso $\uparrow$

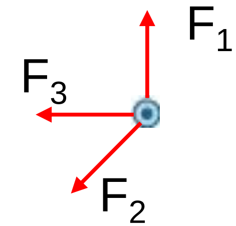
$$F_2 = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi a\sqrt{2}}$$ Repulsiva con verso $\swarrow$

$$F_3 = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi a}$$ Repulsiva con verso $\leftarrow$

Quindi si ha che







Quindi

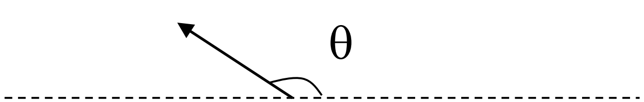
$$F_{Tot\,X} = -|F_3| - |F_2|\cos 45° = -\frac{\mu_0 i^2}{2\pi a} - \frac{\mu_0 i^2}{2\pi a\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}}{2} = -3\frac{\mu_0 i^2}{4\pi a}$$

$$F_{Tot\,Y} = |F_1| - |F_2|\sin 45° = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi a} - \frac{\mu_0 i^2}{2\pi a\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi a}$$

$$\boxed{F_{Tot} = \sqrt{F^2_{TotX} + F^2_{TotY}} = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi a}\cdot\sqrt{3^2+1^2} = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi a}\sqrt{10} \cong 0{,}25\cdot\frac{\mu_0 i^2}{a}}$$

$$\boxed{\theta = arctg\frac{F_{TotY}}{F_{TotX}} = arctg-\frac{1}{3} = 161°}$$

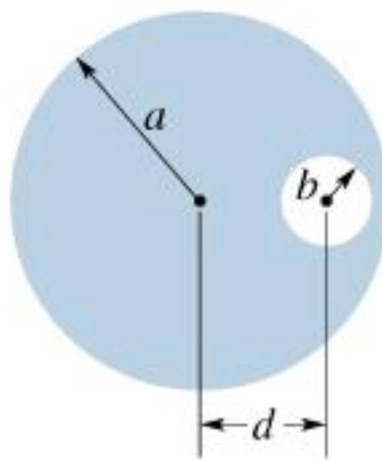
Rispetto all'orizzontale



35P La figura mostra la sezione di un lungo conduttore cilindrico di raggio *a* al cui interno è praticato un lungo foro di raggio *b*. Gli assi dei due cilindri sono paralleli e posti ad una distanza *d*. Una corrente *i è* uniformemente distribuita sull'area grigia della figura. (a) Usare il principio di sovrapposizione per dimostrare che il campo magnetico nel centro del foro è pari a

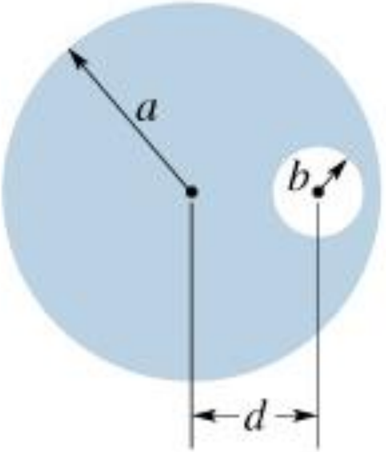
$$B = \frac{\mu_0 i d}{2\pi\left(a^2 - b^2\right)}$$

(b) Si discutano i due casi particolari *b=0* e *d=0*. (c) Si utilizzi la legge di Ampere per dimostrare che il campo magnetico nel foro sui punti della retta congiungente i due centri è uniforme.



Il campo all'interno di un filo pieno vale $B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi R^2} \cdot r = \dfrac{1}{2}\mu_0 j \cdot r$

Posso calcolare il campo in d come somma del campo di un filo pieno di raggio a + il campo un filo pieno di raggio b e centro in d con corrente circolante in verso opposto al filo più grande



Ora il campo del filo piccolo vale zero al suo centro, quindi rimane solo il contributo del filo pieno di raggio a che vale

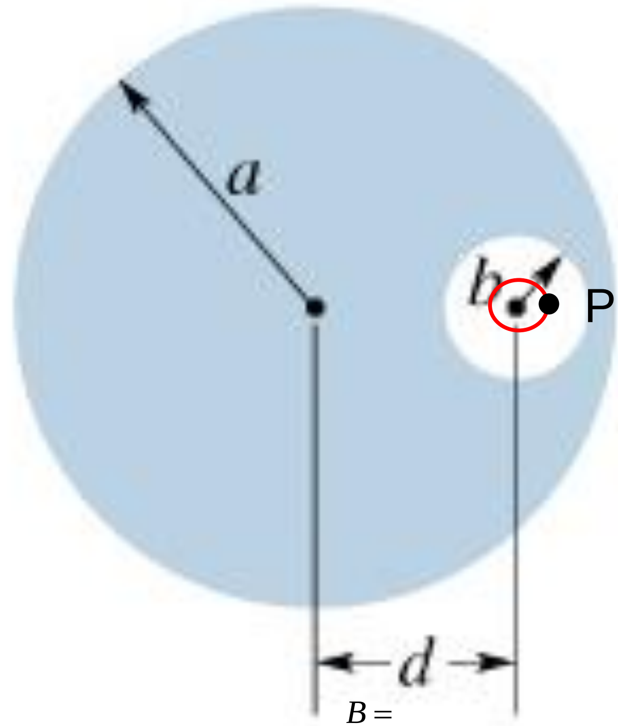
$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R^2} \cdot r = \frac{1}{2} \mu_0 j \cdot r$$ con $$j = \frac{i}{\pi\left(a^2 - b^2\right)}$$

In quanto la corrente totale circolante deve rimanere costante

Quindi $$\boxed{B(d) = \frac{1}{2} \mu_0 j \cdot d = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 i \cdot d}{\pi\left(a^2 - b^2\right)}}$$ c. v. d

Caso b=0 $$\boxed{B'(d) = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 i \cdot d}{\pi a^2} = \frac{1}{2} \mu_0 j \cdot d}$$

Caso d=0 $$\boxed{B'(0) = 0}$$ In quanto tutte le circonferenze fino a $r = b$ non circuitano nessuna corrente



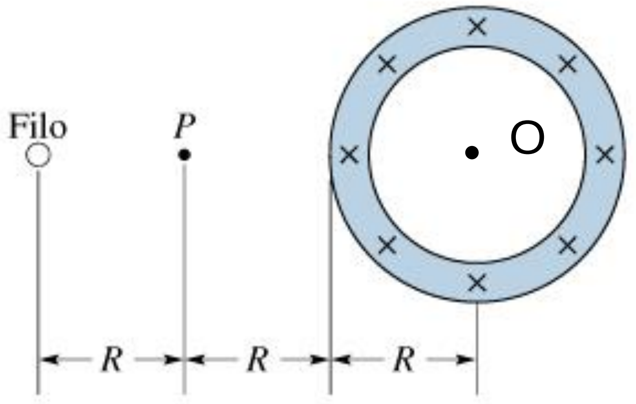
Dal teorema di Ampere se considero un punto P a distanza x da b il campo è dato dalla somma dei campi dei due fili pieni ovvero:

$$\boxed{B = \frac{1}{2}\mu_0 j \cdot (d + x) - \frac{1}{2}\mu_0 j \cdot (x) = \frac{1}{2}\mu_0 j \cdot d}$$

c. v. d

Costante comunque si prenda il punto P all’interno della cavità lungo la congiungente i due centri.

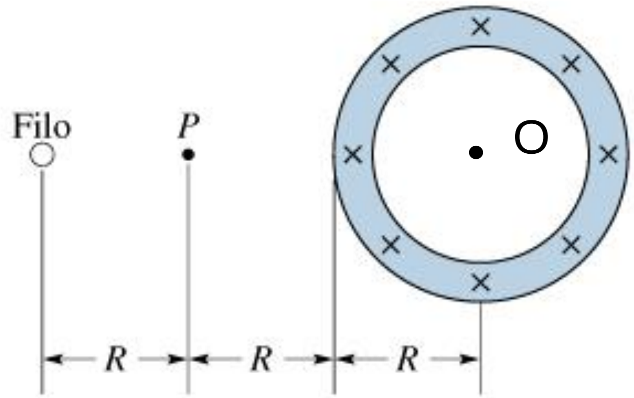
36P Un lungo tubo circolare di raggio esterno R ed esterno R_2, è percorso da una corrente i=12A, distribuita uniformemente sulla sezione di questo tubo e verso entrante. Parallelamente a questo tubo vi è un filo infinito percorso da corrente e distante 3R dal centro del tubo come in figura. Determinare quale deve essere il valore della corrente affinché nel punto P distante 2R dal centro del tubo il campo magnetico sia uguale ed opposto al campo magnetico nel centro del tubo.



Il campo magnetico in O è dovuto solo al filo di sinistra in quanto dal teorema di Ampere il campo del cilindro è zero al suo interno. Quindi il campo vale:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi(3R)}$$

Il campo in P è legato ad entrambi i contributi del filo e del cilindro e per essere opposto a quello in O il campo del filo deve opporsi a quello del cilindro per cui il verso della corrente nel filo deve essere entrante



Quindi il campo in P vale:

$$B(P) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} - \frac{\mu_0 i_0}{2\pi(2R)}$$

Ora B(P) = -B(O)

Per cui

$$\frac{\mu_0 i}{2\pi R} - \frac{\mu_0 i_0}{2\pi(2R)} = -\frac{\mu_0 i}{6\pi R}$$

$$\frac{i}{2} - \frac{i_0}{4} = -\frac{i}{6}$$

$$\boxed{i = \frac{3i_0}{8} = 4{,}5\ A}$$